



ФОНД
НАУЧНИ
ИЗСЛЕДВАНИЯ

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Списание за наука

„Ново знание“

ISSN 2367-4598 (Online)

Академично издателство „Талант“

Висше училище по агробизнес и развитие на
регионите - Пловдив

New Knowledge

Journal of Science

ISSN 2367-4598 (Online)

Academic Publishing House „Talent“

University of Agribusiness and Rural Development -
Bulgaria

<http://science.uard.bg>

MATHEMATICAL MODEL FOR THE PROSPECTION OF OPTIMAL HUMIDITY IN AGRICULTURAL LAND IN NORTH EAST BULGARIA

Pavlina Naskova

Technical University - Varna, Bulgaria

Abstract: Determining the optimum field humidity is time-consuming and costly direct measurement procedure. This is the reason why to focus efforts on developing and approving mathematical models to predict optimal field humidity based on the rainfall from the previous two months.

The model presented is based on a multiple linear correlation between three variables. Data on the total rainfall (mm) for July and August 2016 were used at six points for the measurement on Eastern Bulgaria territory, as well as data on productive soil humidity in the layer between 0-20 cm. Established is the existence of a linear dependence between the parameters, the correlation coefficient is determined, the high value of which proves the dependence between the parameters considered under the specific conditions.

Keywords: mathematical model, agroecosystem, soil, optimum field humidity.

МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ ЗА ПРОГНОЗИРАНЕ НА ОПТИМАЛНА ПОЛСКА ВЛАЖНОСТ В ЗЕМЕДЕЛСКИ ЗЕМИ В СЕВЕРОИЗТОЧНА БЪЛГАРИЯ

Павлина Наскова

Технически университет – Варна

Резюме: Определянето на оптималната полска влажност е времеемща и е скъпоструваща за директно измерване процедура. Това е причината за насочване на усилията към разработване и апробиране на математически модели за прогнозиране на оптималната полска влажност на база сумата на валежите от предходни два месеца.

Представеният модел се основава на множествена линейна корелация между три променливи величини. Използвани са данни за общото количество валежи (mm) за месеците юли и август 2016 г. в шест пункта за измерване на територията на Източна България, както и данни за продуктивната влажност на почвата в слоя 0-20 cm. Установено е съществуването на линейна зависимост между параметрите, определен е коефициента на корелация, чиято висока стойност доказва зависимостта между разглежданите параметри при конкретните условия.

Ключови думи: математически модел, агроecosистема, почва, оптимална полска влажност.

ВЪВЕДЕНИЕ

Съвременното селско стопанство се стреми към непрекъснато повишаване на добивите, а това е свързано с повишаване на почвеното плодородие (Ненов, 2008). За постигане на тази цел развитието на селското стопанство се основава на разработването на нови методи за управление и използване на нови технологии, както и използването на ефективни методи за научни изследвания, какъвто е математическото моделиране (Сафронова и др. 2012). С помощта на различни модели е възможно да бъдат описани и изследвани различни зависимости в системата „растение – среда на обитание“ (Казиев и др. 2017) .

Моделите се основават на връзките между физичните, химичните, физико-химичните и биологичните показатели в системата (Качинский, 1970). От четирите основни физични почвени параметъра (механично съпротивление, влажност, аерация и температура) влажността е определяща за почвеното плодородие (Kirkham, 2005). Тя е определяща за нормалния растеж и развитие на растенията. Следователно подвижността и достъпността на почвената влага има основно значение за доброто развитие на агрокултурите (Ботнаръ, 2010; Глобус, 1987).

Изследването и определянето на продуктивната влажност е от изключително важно значение при засяването на културите и етапа на покълване на семената. (Лактионов и др. 2014). От гледна точка на практиката, определянето на продуктивната влажност на почвата има екологичен, селскостопански и икономически аспект.

Измерването на водното съдържание в почвата се извършва по два способа - пряк и косвен. При прякия се взема почвена пробва като измерванията и изчисленията се извършват в лаборатория, с помощта на прецизна везна и пещ. Недостатъците им са, че са разрушителни, не взимат под влияние изменението на величината във времето и са времеемки. При косвените методи почвената влажност се определя индиректно. Това е възможно чрез установяване съществуващи зависимости между влагата в почвата и друг измерим параметър. Съществуващите преки методи и инструменти за измерване на почвената влага се характеризират с липса на оперативна ефективност, която е важен фактор за съвременното земеделие. Всичко това определя актуалността на поставената задача за създаването на математически модел за прогнозиране на продуктивната почвената влажност в определен момент, който е от изключително значение за оптималното развитие на всяка селскостопанска култура.

В конкретната разработка е използвана линейна зависимост между три променливи величини, определящи количеството на продуктивна влага в повърхностния слой на почвата през септември. Този показател е от изключителна важност за зимните зърнено-житни култури и се определя на база количеството на валежите през юли и август. Установяването на такава връзка е необходима поради факта, че не съществува бърз метод за определяне на оптималната влажност във всеки един момент в период до два месеца след валеж.

МАТЕРИАЛИ И МЕТОДИ

Методическият подход на това изследване цели да се постигне добра организация на събирането на целия необходим обем информация от избрани измервателни точки, пространствено разпределени на територията на Североизточна България.

В таблица 1 са представени данни за общото количество валежи (mm) за месеците юли и август 2016 г. в шест пункта за измерване на територията на Източна България [<http://www.stringmeteo.com>], както и данни за продуктивната влажност на почвата в слоя 0-20 cm.

Таблица 1. Данни за общото количество валежи за юли и август 2016 г.

	Русе	Шумен	Търговище	Разград	Варна	Варна (Акчелар)
Сума на валежите (мм) юли	31,4	40,2	50,7	8,3	1,3	1,3
Сума на валежите (мм) август	48,5	78,5	76,8	49,6	1,5	7,0
Продуктивна влажност (%)	7,9	13,5	10,7	8,5	1,5	3,2

Съдържанието на влага в почвата е определено по формулата:

$$W_{mm}=0,1 \cdot q \cdot h \cdot W\%,$$

където:

q – обемна плътност на почвата;

h – почвен хоризонт в cm;

W% – процентното съдържание на влага в почвата.

Продуктивната влага е изчислена по формулата:

$$W_{пр}=0,1 \cdot q \cdot h \cdot (W\% - W_{зав}),$$

където:

q – обемна плътност на почвата;

h – почвен хоризонт в cm;

W% – процентното съдържание на влага в почвата;

W_{зав} – влажност на завяхване.

ТЕОРЕТИЧНА ПОСТАНОВКА

Множествена линейна корелация между три променливи величини

Променливи величини:

Z=φ(x,y) – зависима променлива;

x, y – независими променливи.

Търсени уравнения на линейната връзка

2.1. $Z = ax + by + c$ – всички променливи участват с реалните си стойности

2.2. $z - z_0 = a(x - x_0) + b(y - y_0)$ уравнения с променливи, записани с разлики,

където:

a, b, c – коефициенти в уравненията, които трябва да бъдат определени.

Коефициентите при независимите променливи a и b и b в двата случая са едни и същи. Уравнението, в което участват разликите на наблюденията с математическите чаквания \bar{z} , \bar{x} , \bar{y} , е без свободен член.

Преходът от едната към другата форма се извършва елементарно.

2.3. $\Delta z = a\Delta x + b\Delta y$

Определяне на коефициентите в линейните уравнения по метода на най- малките квадрати (Вучков и др. 1986; Недев и др. 1999):

$$\varphi(xy) = z = ax + by + c \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial a} = 0 \\ \sum_{i=1}^n [z_i - (ax_i + by_i + c)]^2 = \varepsilon^2 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial c} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial a} = \sum_{i=1}^n [z_i - (ax_i + by_i + c)]x_i = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial b} = \sum_{i=1}^n [z_i - (ax_i + by_i + c)]y_i = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial c} = \sum_{i=1}^n [z_i - (ax_i + by_i + c)] = 0 \quad (3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n z_i x_i - a \sum_{i=1}^n x_i^2 - b \sum_{i=1}^n y_i x_i - c \sum_{i=1}^n x_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n z_i y_i - a \sum_{i=1}^n x_i y_i - b \sum_{i=1}^n y_i^2 - c \sum_{i=1}^n y_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n z_i - a \sum_{i=1}^n x_i - b \sum_{i=1}^n y_i - n \cdot c &= 0 \end{aligned} \right\} 1/n \quad (3.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sum z_i x_i}{n} - \frac{a \sum x_i^2}{n} - \frac{b \sum y_i x_i}{n} - \frac{c \sum x_i}{n} \\ \frac{\sum z_i y_i}{n} - \frac{a \sum x_i y_i}{n} - \frac{b \sum y_i^2}{n} - \frac{c \sum y_i}{n} \\ \frac{\sum z_i}{n} - \frac{a \sum x_i}{n} - \frac{b \sum y_i}{n} - \frac{n \cdot c}{n} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

След заместване на статистическите оценки в последната система от уравнения се получава решение за коефициентите $|\beta|$ в общия случай:

$$|\beta| = \begin{vmatrix} \beta_1 \\ \beta_i \\ \beta_m \end{vmatrix} = \left| \frac{\sigma z}{\sigma i} \right| \cdot |r_{ki}|^{-1} \cdot |r_{zi}| \quad (3.8)$$

Пресмятаме по изходните данни:

- математическите очаквания

$$\bar{z} = m_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i; \quad \bar{x} = m_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{y} = m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.9)$$

- дисперсии
- корелационни моменти

$$\varphi(xy) = z = ax + by + c \quad (3.10)$$

$$a = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \frac{z_{zx} - z_{zy} - r_{xy}}{1 - r_{xy}^2} \quad (3.11)$$

$$b = \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \frac{z_{zy} - z_{zx} - r_{xy}}{1 - r_{xy}^2} \quad (3.12)$$

Статистически оценки пресмятани по изходните данни (Табл.1).

Оценка на дисперсиите:

$$D_z = S_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2; \quad S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2; \quad S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.13)$$

Оценка на корелационните моменти:

$$K_{zx} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x}) \quad (3.14)$$

$$K_{zy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y}) \quad (3.15)$$

$$K_{xx} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (3.16)$$

Коефициенти на корелация:

$$r_{zx} = \frac{K_{zx}}{\sqrt{S_z^2 \cdot S_x^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}) \cdot (x_i - \bar{x})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]}} \quad (3.17)$$

$$r_{zy} = \frac{K_{zy}}{\sqrt{S_z^2 \cdot S_y^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}} \quad (3.18)$$

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sqrt{S_x^2 \cdot S_y^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}} \quad (3.19)$$

$$(z - \bar{z}_0) = a(x - \bar{x}_0) + b(y - \bar{y}_0) \quad (3.20)$$

$$z - m_z = a(x - m_x) + b(y - m_y) \quad (3.21)$$

След заместване на статистическите оценки в системата 3.7 получаваме решенията за коефициентите на регресионните уравнения. В конкретния случай на две независими променливи x и y коефициентите a и b в уравненията 2.1. или 2.2 се определят по:

$$a = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \frac{z_{zx} - z_{zy} - r_{xy}}{1 - r_{xy}^2} \quad (3.22)$$

$$b = \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \frac{z_{zy} - z_{zx} - r_{xy}}{1 - r_{xy}^2} \quad (3.23)$$

След заместване в уравнение 2.1 получаваме:

$$z = \bar{z} + a(x - \bar{x}) + b(y - \bar{y}), \text{ ако уравнението е без свободен член} \quad (3.24)$$

$$z = ax + by + c = ax + by + \bar{z} - a\bar{x} - b\bar{y}, \text{ ако уравнението е със свободен член} \quad (3.25)$$

РЕЗУЛТАТИ И АНАЛИЗИ

След анализ на получените резултати за запасите от влага (z) и сумата на валежите през месеците юли и август (съответно, x и y) са изчислени математическите очаквания на масивите от данни (3.11) и средно квадратичните отклонения:

$$\bar{z} = 7,55; \quad \bar{x} = 22,2; \quad \bar{y} = 43,72$$

$$\sigma_z = 4,51; \quad \sigma_x = 21,39; \quad \sigma_y = 33,23$$

Изчислено е отклонението на всяка стойност от средната:

$$\Delta z = z_i - \bar{z}; \quad \Delta x = x_i - \bar{x}; \quad \Delta y = y_i - \bar{y}$$

Съгласно 3.17; 3.18; 3.19 са изчислени коефициентите на корелация:

$$r_{zx} = \frac{K_{zx}}{\sqrt{s_z^2 \cdot s_x^2}} = 0,84; \quad r_{zy} = \frac{K_{zy}}{\sqrt{s_z^2 \cdot s_y^2}} = 0,98; \quad r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sqrt{s_x^2 \cdot s_y^2}} = 0,90$$

Изчислен е коефициента на множествена корелация R както и неговата грешка E_R :

$$R = \sqrt{\frac{r_{zy}^2 + r_{zx}^2 + 2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2}} = 0,986$$

$$E_R = \pm 0,67 \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}} = \pm 0,67 \frac{1 - (0,98)^2}{\sqrt{6}} = \pm 0,0075$$

Следователно най-вероятните стойности на R са в диапазона:

$$R \pm E_R = 0,986 \pm 0,0075 \begin{cases} 0,994 \\ 0,979 \end{cases}$$

Граничните стойности на коефициента на множествена корелация са:

$$R \pm 4E_R = 0,986 \pm 0,03 \begin{cases} 1,016 \\ 0,956 \end{cases}$$

Високите стойности на коефициента на множествена корелация R е доказателство за наличието на силна зависимост между валежите през месеците юли и август и оптималната влажност на почвата в хоризонт 0-20 cm.

В резултат на направените изчисления (3.22; 3.23) за коефициентите a и b са получени следните стойности: a = - 0,046; b = 0,1602

Получените стойности се заместват в уравнение 3.25, което е във вида:

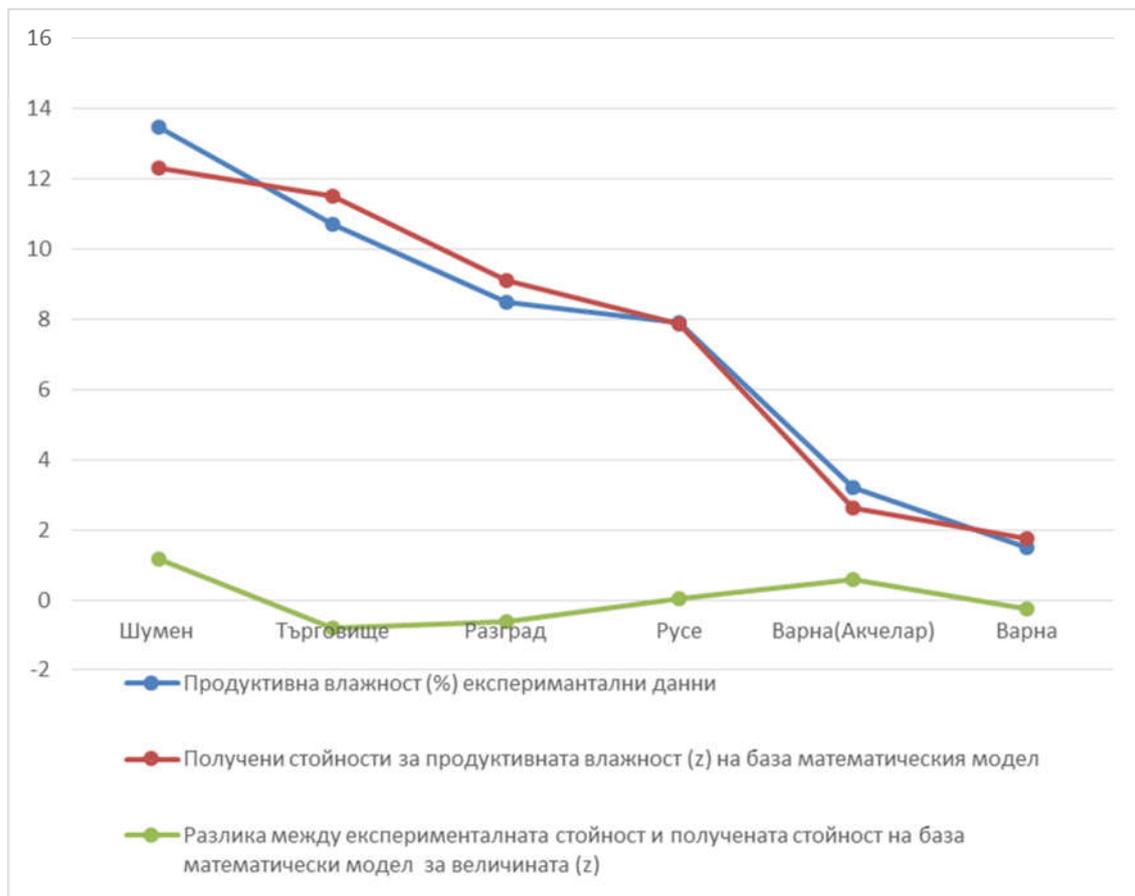
$$z = -0,046x + 0,1602y + 1,5673$$

Направена е проверка на точността на създадения математическия модел (табл. 2)

Таблица 2. Проверка на точността на създадения математически модел

Пунктове на измерени валежи	Получените резултати за продуктивната влага (z) на база математическия модел	Разлика между експерименталната стойност и получената стойност на база математически модел за величината (z)	Относителна грешка
Шумен	12,32847	1,17153	0,095026
Търговище	11,50328	-0,80328	0,06983
Разград	9,119555	-0,61956	0,067937
Русе	7,86803	0,03197	0,004063
Варна(Акчелар)	2,620885	0,579115	0,220962
Варна	1,739785	-0,23979	0,137825

Получените стойности на променливата величина (z), абсолютната и относителната грешка свидетелстват за изключително висока достоверност на математическия модел. По-висока стойност на относителната грешка е получена за пункт Варна (Акчелар), която е в рамките на математически допустимото. Точността на разработения математически модел е представен на фиг. 1.



Фиг. 1. Точност на математическия модел

ИЗВОДИ

1. При разработването на модела за определяне на оптималната влажност в почвен хоризонт 0-20 cm като функция от сумата на валежите през месец юли и август е установено съществуването на линейна зависимост между параметрите.

2. Определен е коефициентът на корелация, чиято висока стойност ($R= 0,986$) доказва зависимостта между разглежданите параметри при конкретните условия.

3. В случай че са известни коефициентите a и b , чиито стойности са характерни за определено количество на валежите, може да бъде намерено съответното решение за определяне на оптималната влажност на почвата във всеки един момент. В случай че те не са известни, което вече беше установено, е необходимо използването на експериментални данни, получени при максимално спазване на посочените конкретни условия.

4. Създаденият математически модел е апробиран, като получените резултати, основани на математическата работа, са сравнени с експерименталните данни. Получените стойности на абсолютната и относителната грешка доказват висока достоверност.

5. Разработеният модел може успешно да се използва за определяне на оптималната полска влажност в определен момент на базата на падналите валежи предходните два месеца.

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

1. Ботнаръ, Ф., 2010. Программиране урожаев и управление водным режимом при возделывании овощных культур.// Buletinul Academiei de Ştiinţe a Moldovei, Ştiinţele Vieţii, nr.3 (312), p.70-80.

2. Вучков, И., С. Стоянов, К. Велев. Ръководство за лабораторни упражнения по математическо моделиране и оптимизация на технологични обекти. София: Техника, 1986, 104 с

3. Глобус, М., 1987. Почвенно-гидрофизическое обеспечение агроэкологических математических моделей. Л.: Гидрометеиздат, 427 с.

4. Казиев, В., С. Кирязева, Д. Кирязев, 2017. Математическое и компьютерное моделирование продуктивности растений в зависимости от динамики влажности почвы, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносов

5. Качинский, А., 1970. Физика почвы. Ч. 2. Водно- физические свойства и режимы почвы. М.: Высшая школа, 358 с.

6. Лактионов, С., А Вовна. 2014. Способ уменьшения дополнительной погрешности измерителя влажности почвы оранжерей ботанического сада. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія : Обчислювальна техніка та автоматизація. № 2. - С. 183-191.

7. Лактионов, С., В.Турупалов, 2014. Разработка и исследование макетного образца измерителя влажности почвы // Збірник наукових праць Донецького інституту залізничного транспорту української державної академії залізничного транспорту. Донецьк, № 38. С. 13–19.

8. Недев, Ас., и др. 1999. Въведение в теорията на управлението РЦДО, ТУ-Варна. 315 с.

9. Ненов, М., 2008. Оценка на воднофизични, топлинни и електрически свойства на почвата при агротехнически и хидромелиоративни въздействия, Автореферат

10. Сафронова И., В. Степанов., 2012. Математическое моделирование в задачах агрофизики, Краснодар, Министерство сельского хозяйства РФ ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет»
11. Kirkham, B. Principles of soil and plant water relations. San Diego: Elsevier Academic Press, 2005. – 519 p.
12. <http://www.stringmeteo.com>

References

1. Botnary, F., 2010. Programmirovaniye urozhaev i upravleniye vodnaym rezhimom pri vozdelayvaniy ovoshtnaya kulytur.// Buletinul Academiei de Ştiinţe a Moldovei, Ştiinţele Vieţii, nr.3 (312), p.70-80.
2. Vuchkov, I., S. Stoyanov, K. Velev. Rakovodstvo za laboratorni uprazhneniya po matematicheskoto modelirane i optimizatsiya na tehnologichni obekti. Sofiya: Tehnika, 1986, 104 s
3. Globus, M., 1987. Pochvenno-gidrofizicheskoe obespecheniye agroekologicheskikh matematicheskikh modeley. L.: Gidrometeoizdat, 427 s.
4. Kaziev, V., S. Kiryazeva, D. Kiryazev, 2017. Matematicheskoe i kompyuternoe modelirovaniye produktivnosti rasteniy v zavisimosti ot dinamiki vlazhnosti pochvy, Moskovskiy gosudarstvennaya universitet imeni M. V. Lomonosov
5. Kachinskiy, A., 1970. Fizika pochvy. Ch. 2. Vodno- fizicheskie svoystva i rezhimay pochvy. M.: Vaysshaya shkola, 358 s.
6. Laktionov, S., A Vovna. 2014. Sposob umenysheniya dopolnitelnoy pogreshnosti izmeritelya vlazhnosti pochvy oranzherey botanicheskogo sada. Naukovi pratsi Donetskykogo natsionalnoy tehnichnoy universitetu. Seriya : Obchislyuvalyna tehnika ta avtomatizatsiya. № 2. - S. 183-191.
7. Laktionov, S., V.Turupalov, 2014. Razrabotka i issledovaniye maketnoy obraztsa izmeritelya vlazhnosti pochvy // Zbirnik naukovih pratsy Donetskykogo institutu zaliznichnoy transportu ukraïnskykoï derzhavnoï akademii zaliznichnoy transportu. Donetsyk, № 38. S. 13–19.
8. Nedev, As., i dr. 1999. Vavedeniye v teoriyata na upravleniye RTSDO, TU-Varna. 315 s.
9. Nenov, M., 2008. Otsenka na vodnofizichni, toplinni i elektricheski svoystva na pochvata pri agrotehnicheski i hidromeliorativni vazdeystviya, Avtoreferat
10. Safronova I., V. Stepanov., 2012. Matematicheskoe modelirovaniye v zadachah agrofiziki, Krasnodar, Ministerstvo selyskogo hozyaystva RF FGBOU VPO «Kubanskiy gosudarstvennaya agrarnaya universitet»
11. Kirkham, B. Principles of soil and plant water relations. San Diego: Elsevier Academic Press, 2005. – 519 p.
12. <http://www.stringmeteo.com>